Kenmerk : TW2014/DWMP/004/ha

Course : **Mathematics A (Euclid)**

Date : September 19, 2014
Time : 13.45 – 14.45 hrs

Motivate all your answers.
The use of electronic devices is not allowed.

1. [4 pt]
   For $k \in \{2, \ldots, 10\}$, the set A_k is given by: $A_k = \left\{\frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \ldots, \frac{k}{k}\right\}$.

   Determine $A_4 \cap A_6$; $A_4 \cup A_6$; $A_4 - A_6$ and $\bigcap_{k=2}^{10} A_k$.

2. [2 pt]
   Let A and B be sets.
   A *quantified statement* for $A \cap B = \varnothing$ is: $\neg \exists x \, (x \in A \wedge x \in B)$.
   Give a quantified statement for $\overline{A} \subseteq B$.

3. (a) [2 pt] Prove that for all $x, y \in \mathbb{R}$ the following inequality holds:

   $$||x| - |y|| \leq |x| + |y|.$$

   Hint: give a proof by cases.

   (b) [3 pt] Prove with mathematical induction that for all $n \geq 1$,

   $$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

4. Consider a deck of 52 cards: 13 hearts, 13 spades, 13 clubs and 13 diamonds.

   (a) [1 pt] There are 13 children and each child is given one card. In how many ways can this be done?

   (b) [2 pt] In how many ways can one select a hand of 13 cards containing exactly 5 hearts and 5 spades?

Total: 14 points

Vak : **Mathematics A (Euclides)**

Datum : 19 september 2014
Tijd : 13.45 – 14.45 uur

Motiveer al uw antwoorden.
Het gebruik van electronische apparatuur is niet toegestaan.

1. [4 pt]
Voor $k \in \{2, \ldots, 10\}$ is de verzameling A_k gegeven door: $A_k = \left\{ \frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \ldots, \frac{k}{k} \right\}$.

Bepaal $A_4 \cap A_6$; $A_4 \cup A_6$; $A_4 - A_6$ en $\bigcap_{k=2}^{10} A_k$.

2. [2 pt]
Laat A en B verzamelingen zijn.
Een *gekwantificeerde bewering* voor $A \cap B = \varnothing$ is: $\neg \exists x \, (x \in A \wedge x \in B)$.
Geef een gekwantificeerde bewering voor $\overline{A} \subseteq B$.

3. (a) [2 pt] Bewijs dat voor alle $x, y \in \mathbb{R}$ de volgende ongelijkheid geldt:

$$||x| - |y|| \leq |x| + |y|.$$

Hint: maak in uw bewijs onderscheid tussen verschillende gevallen.

(b) [3 pt] Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle $n \geq 1$,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

4. Een kaartspel bevat 52 kaarten: 13 harten, 13 schoppen, 13 klaveren en 13 ruiten.

(a) [1 pt] Er zijn 13 kinderen en ieder kind krijgt één kaart. Op hoeveel manieren kan dit?

(b) [2 pt] Op hoeveel manieren kan men 13 kaarten selecteren zodat er exact 5 harten en 5 schoppen bij zitten?

Totaal: 14 punten