

Kenmerk : TW2013/LEI/1/1

Course : **Mathematics B1 (Leibniz)**

Date : October 4, 2013

Time : 15.45 – 16.45 hrs

**Motivate all your answers.**  
**The use of electronic devices is not allowed.**

1. Define the function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  by

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) [1 pt] Show that  $f$  is one-to-one.  
(b) [2 pt] Find the inverse of  $f$ . Simplify  $f^{-1}(y)$  as much as possible.  
Warning: in order to determine  $f^{-1}$  you also need to find it's domain!  
(b) [1 pt] Find  $(f^{-1})'(0)$ .

2. [2 pt] Let  $f(x) = x^2$ . Use the definition of the derivative to show that  $f'(x) = 2x$ .

3. (a) [2 pt] Solve the initial value problem

$$\begin{cases} y' + (3x^2 - 1)y = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

- (b) [2 pt] Find a particular solution of the equation

$$y' + (3x^2 - 1)y = x^2 e^x.$$

**Total: 10 points**

CASPER

Vak : **Mathematics B1 (Leibniz)**

Datum : 4 oktober 2013

Tijd : 15.45 – 16.45 uur

**Motiveer al uw antwoorden.**

**Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.**

1. Definieer de functie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  door

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) [1 pt] Toon aan dat  $f$  een-eenduidig (one-to-one) is.  
(b) [2 pt] Bepaal de inverse van  $f$ . Vereenvoudig  $f^{-1}(y)$  zo veel mogelijk.  
Let op: bij het bepalen van  $f^{-1}$  hoort ook het bepalen van het definitiegebied!  
(b) [1 pt] Bepaal  $(f^{-1})'(0)$ .

2. [2 pt] Stel  $f(x) = x^2$ . Toon met behulp van de definitie van de afgeleide aan dat  $f'(x) = 2x$ .

3. (a) [2 pt] Los het volgende beginwaarde probleem op:

$$\begin{cases} y' + (3x^2 - 1)y = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

- (b) [2 pt] Bepaal een particuliere oplossing van de vergelijking

$$y' + (3x^2 - 1)y = x^2 e^x.$$

**Totaal: 10 punten**