

## Mathematics C1 (Cayley)

Datum : 27 maart 2015  
Tijd : 13.45 – 14.45 uur

De uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden.

Bovendien dient U in alle gevallen uw antwoord te beargumenteren!

Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.

1. De matrix  $A$  is gegeven door:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -5 & -11 \\ 4 & -7 & -1 & -7 \end{bmatrix}.$$

- (a) [3 pt] Toon aan dat de kolommen van  $A$  lineair afhankelijk zijn en schrijf één van de kolommen van  $A$  als een lineaire combinatie van de andere kolommen.
- (b) [2 pt] Bepaal een basis voor  $\text{Null } A$ .

2. [5 pt]

De matrix  $A$  is gegeven door:  $A = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ .

Bepaal of  $A$  diagonaliseerbaar is en zo ja, bepaal een inverteerbare matrix  $P$  en een diagonaalmatrix  $D$  zo dat  $D = P^{-1}AP$ .

3.  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  is de lineaire afbeelding die elk punt  $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$  eerst spiegelt in de  $x_2$ -as en dan projecteert op de lijn  $x_2 = x_1$ .

- (a) [3 pt] Bepaal de representatiematrix van  $T$ .
- (b) [2 pt] Onderzoek of  $T$  injectief (*one-to-one*) is en of  $T$  surjectief (*onto*) is.

4. [3 pt]

Laat  $A$  en  $B$  inverteerbare  $n \times n$ -matrices zijn.

Bewijs met behulp van determinanten, dat  $AB^T A^{-1}$  inverteerbaar is.

**Totaal:** 18 punten