

Vak : **Discrete Wiskunde voor Technische Informatica**
Datum : 23 oktober 2015
Tijd : 08.45–09.45 uur

Motiveer al uw antwoorden.
Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.

In deze toets: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

1. [6 pt]

De rij getallen a_1, a_2, a_3, \dots is gegeven door:

$$a_1 = 3, a_2 = 11, \text{ en voor } n \geq 3: a_n = 2a_{n-1} + 4a_{n-2}.$$

Bewijs met volledige inductie dat voor alle $n \in \mathbb{Z}^+$ geldt: $a_n \leq \left[\frac{10}{3} \right]^n$.

2. Laat A, B en C verzamelingen zijn en $f : A \rightarrow B$ en $g : B \rightarrow C$ functies zo dat $g \circ f$ injectief is.

(a) [4 pt] Bewijs dat f injectief is.

(b) [2 pt] Toon met een tegenvoorbeeld aan dat g niet noodzakelijk injectief is.

3. Laat $A = \{2, 3, 8, 12, 18, 24, 36, 72\}$, $B = \{18, 24, 36\}$ en laat R de relatie op A zijn gegeven door:

xRy dan en slechts dan als y deelbaar is door x (i.e. $y = kx$ voor zekere $k \in \mathbb{Z}$).

(a) [3 pt] Toon aan dat (A, R) een poset is.

(b) [3 pt] Construeer een Hasse diagram voor (A, R) en bepaal de kleinste bovengrens en grootste ondergrens van B , als deze bestaan. Is (A, R) een tralie?

Totaal: 18 punten