

Kenmerk: EWI-TW2011/DMMP/015/GP

Tentamen Deterministische Modellen in de OR
Woensdag 22 juni 2011, 8.45 – 11.45 uur
vakcode 2010_191580751

Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie!
Gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. (6 punten)

Beschouw het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{aligned} \min z &= 3x_1 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ & 3x_1 + 2x_2 = 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Los het bovenstaande probleem (P) op met de 2-fasenmethode.
- Bepaal het duale probleem (D) van (P).
- Kan uit het resultaat van (a) iets over de optimale oplossing van (D) afgeleid worden? Zo ja, wat? Zo nee, waarom niet?

2. (6 punten)

Gegeven is het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{aligned} \max z &= -4x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & 3x_1 + x_2 = 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Het bijbehorende optimale tableau ziet er als volgt uit:

z	x_1	x_2	e_1	s_2	RHS
1	0	0	0	0.2	-3.6
0	0	1	0	0.6	1.2
0	1	0	0	-0.2	0.6
0	0	0	1	1	0

- Bepaal het bij (P) behorende duale LP-probleem (D).
- Geef de optimale oplossing van (P) en (D) (waarden variabelen en doelfunctie).

- (c) Stel er komt een 3de variabele x_3 bij met als kolom voor de voorwaarden $a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en als doelfunctiecoëfficiënt $c_3 = -1$. Blijft de gegeven basis optimaal?

3. (5 punten)

Gephas gebruikt werkuren en materiaal om 3 produkten te produceren. Het resource gebruik en de verkoopprijzen van de produkten zijn

Resource	Prod.1	Prod.2	Prod.3
Werkuren	3	4	6
Materiaal	2	2	5
Verkoopprijs (Euro)	6	8	13

Momenteel zijn 60 eenheden van het materiaal beschikbaar. Verder kunnen maximaal 90 werkuren ingezet worden, ieder voor 1 Euro. Om de winst van Gephas te maximaliseren moet het volgende LP opgelost worden:

$$\begin{aligned} \max z &= 6x_1 + 8x_2 + 13x_3 - L \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 - L \leq 0 \\ & 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 60 \\ & L \leq 90 \\ & x_1, x_2, x_3, L \geq 0 \end{aligned}$$

De output van LINDO voor dit LP is:

$$\begin{aligned} \max \quad & 6X1 + 8X2 + 13X3 - L \\ \text{subject to} \quad & \\ & 2) \quad 3X1 + 4X2 + 6X3 - L \leq 0 \\ & 3) \quad 2X1 + 2X2 + 5X3 \leq 60 \\ & 4) \quad L \leq 90 \end{aligned}$$

LP optimum found at step 3

Objective function value

1) 97.500000

Variable	Value	Reduced cost
X1	0.000000	0.250000
X2	11.250000	0.000000
X3	7.500000	0.000000
L	90.000000	0.000000

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	1.750000
3)	0.000000	0.500000
4)	0.000000	0.750000

Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	obj coefficient ranges		
	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
X1	6.000000	0.250000	Infinity
X2	8.000000	0.666667	0.666667
X3	13.000000	3.000000	1.000000
L	-1.000000	Infinity	0.750000

Row	Righthand side ranges		
	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	0.000000	30.000000	18.000000
3	60.000000	15.000000	15.000000
4	90.000000	30.000000	18.000000

- Hoeveel zou Gephas maximaal voor één eenheid extra materiaal moeten betalen?
- Hoeveel zou produkt 1 tenminste moeten opbrengen om het voor Gephas aantrekkelijk te maken om produkt 1 te produceren?
- Hoe ziet de nieuwe optimale oplossing eruit, als produkt 3 nu €15 opbrengt?
- Als er 100 werkuren beschikbaar waren, wat zou dan de winst van Gephas zijn?

4. (5 punten)

Gegeven is een project met 8 activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn:

Activiteit	Predecessors	Tijd
A	—	3
B	—	3
C	—	1
D	A, B	3
E	A, B	3
F	B, C	2
G	D, E	4
H	E	3

- Geef het bijbehorende AOA netwerk en bepaal de early event time (ET) en de late event time (LT) van elk punt in het netwerk.
- Geef de definitie van total float van een activiteit. Bepaal deze voor alle activiteiten, en geef alle kritieke paden in het netwerk.

5. (4 punten)

Er zijn vier personen beschikbaar voor het uitvoeren van vier taken. De volgende tabel geeft voor elke persoon aan hoeveel tijd hij/zij kwijt is voor het uitvoeren van de betreffende taak.

		Taak			
		1	2	3	4
Persoon	1	22	18	30	19
	2	18	40	27	15
	3	16	17	43	23
	4	26	20	31	20

Elke taak moet door een persoon worden uitgevoerd en iedere persoon mag ten hoogste een taak krijgen toegewezen. Het doel is om de totale tijd voor het uitvoeren van de taken te minimaliseren. Los dit probleem op met een uit het college bekende methode.

6. (5 punten)

Een bedrijf bouwt een fabriek waar twee produkten P1 en P2 geproduceerd worden met in totaal een capaciteit van 10.000 produkten. Voor de opslag van goederen bestaan twee mogelijke oplossingen:

Hal 1 kost €120.000 en hal 2 kost €280.000. Er moet precies een van de twee hallen gebouwd worden. Kiest de fabriek voor hal 1, moeten tenminste 3 keer zoveel produkten van P1 dan van P2 gemaakt worden. Het bedrijf verwacht per produkt P1 een winst van €6000 en per produkt van P2 een winst van €8000. Het doel is maximale winst te maken. Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en de doelfunctie.

7. (5 punten)

Een bedrijf produceert tafels. De vraag naar deze tafels in de komende vijf maanden is gegeven door respectievelijk 10, 60, 20, 140 en 90. Elke maand moet aan deze vraag worden voldaan. De vaste kosten voor productie zijn €50 per maand (alleen als er in die maand daadwerkelijk wordt geproduceerd). De variabele productiekosten zijn €10 per tafel. Het opslaan van tafels kost €0,40 per tafel per maand. Bij aanvang van maand 1 zijn er geen tafels op voorraad.

Gebruik het Wagner-Whitin-Algoritme om het optimale productieschema (met minimale kosten) te bepalen.

Definieer hiertoe eerst de fasen, toestanden, beslissingen, kostenfunctie en recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

Normering:

1.(a): 3 2.(a): 2 3.(a): 1 4.(a): 3 5.: 4 6.: 5 7.: 5
(b): 2 (b): 2 (b): 1 (b): 2
(c): 1 (c): 2 (c): 1
: (d): 2

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten.

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis B

z	BV	NBV	RHS
1	0	$c_{BV}B^{-1}N - c_{NBV}$	$c_{BV}B^{-1}b$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}b$