

Kenmerk : TW2014/DWMP/029/ha

Vak : **Calculus II voor TI**

Vakcode : 191521020

Datum : 6 november 2014

Tijdstip : 08.45-11.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

Bij het tentamen mag één enkelzijdig handgeschreven papier met aantekeningen gebruikt worden. Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. (a) [3 pt] Bepaal $c \in \mathbb{R}$ zo dat $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{cn}} = 5$.
Hint: Meetkundige reeks (*geometric series*).
- (b) [2 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3n^3} - n}{n^3 + \sqrt{2n^4 + n}}$ convergent of divergent is.
- (c) [4 pt] Toon aan dat de reeks $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ relatief convergent (*conditionally convergent*) is,
en bepaal $N \in \mathbb{N}$ zo dat $\left| \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n} - \sum_{n=2}^N \frac{(-1)^n}{\ln n} \right| < 10^{-3}$.
2. (a) [3 pt] Laat zien dat $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{5n+3}}{5n+3} + C$ een machtreeksrepresentatie is van $\int \frac{x^2}{1+x^5} dx$. Geef tevens de convergentiestraal.
- (b) [3 pt] Bereken $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{1+x^5} dx$ met een fout $< 10^{-3}$.

Z.O.Z

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) [2 pt] Teken in één plaatje de niveaokrommen (*level curves*) $f(x, y) = c$, voor $c = -1$, $c = 0$ en $c = 1$. Geef duidelijk aan welke niveaokromme bij welke waarde van c hoort.
- (b) [2 pt] Onderzoek of f continu is in $(0, 0)$.
- (c) [3 pt] Toon aan dat: $\nabla f(-1, 3) = \left(\frac{12}{25}, \frac{4}{25} \right)$.
- (d) [2 pt] Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de niveaokromme $f(x, y) = f(-1, 3)$ in het punt $(-1, 3)$.
- (e) [2 pt] Bepaal met de kettingregel voor functies van twee variabelen $\frac{df}{dt}(1)$, als $x(t) = t^2 - 2$ en $y(t) = 4 - t^5$.

4. [5 pt]

Bepaal de grootste en de kleinste waarde van de functie $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, onder de nevenvoorwaarden $z^2 = x^2 + y^2$; $x - 2z = 3$.

5. [5 pt]

D is het gebied in het eerste kwadrant (d.w.z. $x \geq 0$, $y \geq 0$) dat wordt ingesloten door de parabool $y = x^2$ en de lijnen $2x + y - 8 = 0$ en $x - 2y + 1 = 0$.

Maak een duidelijke schets van D en bereken $\iint_D x \, dA$.

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten