

Kenmerk : TW2011/DWMP/029/ha

Vak : **Calculus II voor TI**
Vakcode : 191521020
Datum : 10 november 2011
Tijdstip : 08.45-11.45 uur

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. (a) [3 pt] Formuleer de Ratio Test voor reeksen en onderzoek daarmee of de reeks $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2 \cdot 3^n}$ convergent of divergent is.
- (b) [3 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{3^n + 5^n}$ convergent of divergent is.
- (c) [4 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$ absoluut convergent, relatief convergent (*conditionally convergent*) of divergent is.
2. (a) [2 pt] Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x - 2)^n}{n^2 4^n}$.
- (b) [3 pt] Bepaal een machtreeksontwikkeling voor $f(x) = \arctan x$ en geef tevens de convergentiestraal en geef de eerste drie termen van deze machtreeks.
(Hint: $\frac{d}{dx}(\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$).

Z.O.Z

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) [2 pt] Teken in één plaatje de niveaokrommen (*level curves*) $f(x, y) = c$, voor $c = -1$, $c = 0$ en $c = 1$. Geef duidelijk aan welke niveaokromme bij welke waarde van c hoort.
- (b) [2 pt] Onderzoek of f continu is in $(0, 0)$.
- (c) [1 pt] Onderzoek of f differentieerbaar is in $(0, 0)$.
- (d) [3 pt] Toon aan dat: $\nabla f(-1, 3) = \left(\frac{12}{25}, \frac{4}{25} \right)$.
- (e) [1 pt] Bepaal de lineaire benadering van f in $(-1, 3)$.
- (f) [2 pt] Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de niveaokromme $f(x, y) = f(-1, 3)$ in het punt $(-1, 3)$.
- (g) [2 pt] Bepaal met de kettingregel voor functies van twee variabelen $\frac{df}{dt}(1)$, als $x(t) = t^2 - 2$ en $y(t) = 4 - t^5$.

4. [4 pt]

- Bepaal de kritieke punten van de functie $f(x, y) = x^2y - 6xy^2 - 2xy + 1$, alsmede hun aard (locaal maximum, lokaal minimum, zadelpunt).

5. [4 pt]

Bereken $\iint_D 2y \, dA$, waarbij D de driehoek is in \mathbb{R}^2 met hoekpunten $(1, 1)$, $(4, 4)$ en $(3, 5)$.

Totaal: 36 + 4 = 40 punten