

FACULTEIT DER INFORMATICA  
Datum: 18 juni 2007

## Tentamen: Inleiding Logica (211112)

20 juni 2007  
9.00 – 12.30 uur

**Opgave 1.** Beschouw de zin "sommige auto's zijn niet goedkoop".

- a. Geef deze zin weer in het formalisme van de Aristotelische logica.
- b. Geef volgens het vierkant van oppositie alle tegenstellingen van deze zin (zowel in natuurlijke taal als in de Aristotelische notatie), en geef aan welke tegenstelling het is.

**Opgave 2.** Laat met behulp van Eulercircels zien dat in de Aristotelische logica geldt

$$Eab \Rightarrow Oba$$

**Opgave 3.** Beschouw het volgende syllogisme:

Geen vervoermiddelen zijn race-apparaten  
Sommige auto's zijn vervoermiddelen  

---

Geen auto's zijn race-apparaten

- a. Volgens welk schema is dit syllogisme opgebouwd (d.w.z. wat is de mood, wat is de figuur)?
- b. Onderzoek met behulp van een Venn-diagram of het een geldig schema is.
- c. Vertaal het syllogisme in predicaatlogica (voer daartoe zelf predicaatsymbolen in).
- d. Als vraag b, maar nu met behulp van een semantisch tableau.
- ~~e. Als vraag b, maar nu met behulp van semantische tableaux.~~

**Opgave 4.** Beschouw het comprehensie-axioma uit de verzamelingenleer ( $\in$  staat voor “element van”,  $A$  is een predicaatsymbool):

$$\forall x \exists y \forall z (z \in y \leftrightarrow z \in x \wedge A(z))$$

- a. Leg in gewone taal uit wat dit axioma uitdrukt.
- b. Motiveer of u het uitgedrukte principe aanvaardbaar/verdedigbaar vindt voor uw informele begrip van wat een verzameling is.
- c. Onderzoek en motiveer of het axioma weggelaten kan worden uit de wiskundige verzamelingenleer, dus of er een verzamelingenleer kan bestaan waarin het niet waar is.

**Opgave 5.** De Russelverzameling is de verzameling

$$R = \{x \mid x \notin x\}$$

- a. Laat zien dat deze verzameling volgens de gewone interpretatie van het verzamelingbegrip tot een contradictie leidt.
- b. Volgens de wiskundige interpretatie hoeft die tegenstrijdigheid niet op te treden. Leg uit hoe die tegenstrijdigheid voorkomen wordt.
- c. Beschrijf de wiskundige abstractie die optreedt bij de overgang van het gewone, dagelijkse verzamelingbegrip naar het wiskundige verzamelingbegrip.

**Opgave 6.** Leg uit waarom in de moderne formele logica (o.a. de predicaatlogica) een assignment- en interpretatiefunctie nodig zijn om betekenis te geven aan de logische taal. Beschrijf wat deze functies doen en hoe ze werken (u hoeft niet hun formele definities te geven). Bespreek het verschil met de wijze waarop wij betekenis geven aan expressies en zinnen in onze alledaagse taal.

**Opgave 7.**

- a. Leg in gewone taal uit wat de onvolledigheidsstellingen van Gödel zeggen.
- b. Bespreek het belang van deze stellingen voor de betrouwbaarheid van de wiskunde.

- c. In de stellingen van Gödel wordt *bewezen* dat sommige *bewijzen* niet bestaan. Leg uit op welke manieren het woord “bewijzen” hier wordt gebruikt (afgezien van het feit dat het eerste gebruik een werkwoord is, en het tweede een zelfstandig naamwoord).

**Opgave 8.** Een variant op de leugenaarsparadox luidt:

De volgende zin is waar.

De vorige zin is onwaar.

Beantwoord en/of geef commentaar op de volgende vragen/opdrachten:

- a. Zijn deze zinnen waar of onwaar?
- b. Welke principële moeilijkheid kom je tegen als je deze zinnen in de predicaatlogica gaat vertalen?
- c. Leg uit hoe dat komt.